



MATEMATIKA EKONOMI (2-SKS)

Drs. Win Konadi, M.Si

Materi – 1 :

Barisan dan Deret Aritmatika serta Contoh Soal

Baris

Baris adalah daftar urutan bilangan dari kiri ke kanan yang mempunyai pola tertentu. Setiap bilangan dalam barisan merupakan suku dalam barisan.

Contoh: 2, 4, 6, 8, 10, ... , dst.
 1, 3, 5, 7, 9, 11, ... , dst.

Deret

Deret adalah penjumlahan suku-suku dari suatu barisan. Jika suatu barisan di-simbolkan dengan: $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$, maka $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ adalah disebut Deret.

Contoh: 2 + 4 + 6 + 8 + 10 ... + U_n
 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + ... + U_n

Barisan Aritmatika

Barisan aritmatika adalah barisan dengan selisih antara dua suku yang berurutan selalu tetap. Selisih tersebut dinamakan **beda** dan dilambangkan dengan "**b**" (Bilangan bernilai tetap)

Contoh:
2, 4, 6, 8, 10 : Barisan disamping merupakan barisan aritmatika karena selisih dari setiap suku yang berurutan selalu sama/ tetap, yaitu $4 - 2 = 6 - 4 = 8 - 6 = 10 - 8 = 2$.
Nilai : 2 inilah yang dinamakan beda, jadi $b = 2$.

Bentuk umum barisan aritmatika: $a, (a+b), (a+2b), (a+3b), \dots, (a+(n-1)b$

Rumus: **Beda:** $b = U_n - U_{n-1}$
 Suku ke-n: $U_n = a + (n-1) b$, atau ditulis juga dengan $U_n = S_n - S_{n-1}$

Keterangan: $a = U_1 =$ Suku pertama, $n =$ banyak suku
 $b =$ Beda, $U_n =$ Suku ke-n

Contoh soal:

1. Diketahui barisan aritmatika sebagai berikut: 5, 8, 11, ...

Tentukan: Nilai suku ke-15 !

Jawab:

Barisan diatas, $b = 3$, sehingga $U_n = a + (n-1) b$, maka $U_{15} = 5 + (15-1) 3 \rightarrow U_{15} = 47$

2. Suku pertama dari barisan aritmatika adalah 5 dan bedanya = 6, suku ke-10 dari barisan aritmatika tersebut adalah ...

Jawab:

Diketahui; $a = 5$ dan $b = 6$, maka : $U_{10} = 5 + (10-1) 6 \rightarrow U_{10} = 59$

3. Diketahui suatu barisan aritmatika suku pertamanya adalah 4 dan suku ke-20 adalah 61. Tentukan beda barisan aritmatika tersebut!

Jawab:

Diketahui: $a = 4, U_{20} = 61$, maka beda barisan $\rightarrow b = ?$

$U_{20} = 4 + (20-1) b = 61 \rightarrow 19 b = 61 - 4 = 57 \rightarrow b = 57/19 = 3$ (jadi beda = 3)



Suku Tengah Barisan Aritmatika

Jika barisan aritmatika mempunyai banyak suku (n) ganjil, dengan suku pertama a , dan suku terakhir U_n maka suku tengah U_t dari barisan tersebut adalah sebagai berikut: $U_t = \frac{1}{2}(a + U_n)$

Contoh soal:

Diketahui barisan aritmatika 5, 8, 11, ..., 125, 128, 131. Suku tengahnya adalah ...

Jawab:

barisan aritmatika 5, 8, 11, ..., 125, 128, 131

Diketahui: suku pertama, $a = 5$, suku ke- n : $U_n = 131$

Maka suku tengah: $U_t = \frac{1}{2}(a + U_n) \rightarrow U_t = \frac{1}{2}(5 + 131) \rightarrow U_t = 68$

Deret Aritmatika (atau disebut juga deret Hitung)

Deret aritmatika adalah jumlah suku-suku dari suatu barisan aritmatika.

Perhatikan barisan aritmatika berikut :

- 3, 6, 9, 12, 15, 18, ... , U_n

Jika kitajumlahkan barisan tersebut, terbentuklah deret aritmatika sebagai berikut.

- $3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 + \dots + U_n$

Bentuk umum deret aritmatika: $a + (a+b) + (a+2b) + (a+3b) + \dots + (a+(n-1)b$

rumus: $S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$ atau ditulis juga : $S_n = \frac{n}{2} \{ 2a + (n-1)b \}$, karena $U_n = a + (n-1)b$

keterangan: S_n = jumlah n suku pertama.

Contoh soal:

Diketahui deret aritmatika sebagai berikut: $9 + 12 + 15 + \dots + U_{10}$

Tentukan:

- Suku ke-10
- Jumlah sepuluh suku pertama: S_{10}

Jawab:

a. Suku ke-10 $\rightarrow U_{10} = a + (n-1)b = 9 + (10-1)3 = 36$

b. Jumlah sepuluh suku pertama:

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) \rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(9 + 36) = 5(45) \rightarrow S_{10} = 225$$

Sisipan pada Barisan Aritmatika

Apabila antara dua suku barisan aritmatika disisipkan k buah bilangan (suku baru) sehingga membentuk barisan aritmatika baru, maka:

- Beda barisan aritmatika setelah disisipkan k buah suku akan berubah dan dirumuskan:

$$b' = \frac{b}{(k+1)}$$

- Banyak suku barisan aritmatika setelah disisipkan k buah suku:

$$n' = n + (n-1)k$$

- Jumlah n suku pertama setelah disisipkan k buah suku:

$$S'_n = \frac{n'}{2}(a + U_n)$$

Keterangan:

b' = beda barisan aritmatika setelah disisipkan k buah suku
 n' = banyak suku barisan aritmatika baru
 n = banyak suku barisan aritmatika lama
 k = banyak suku yang disisipkan
 S'_n = jumlah n suku pertama setelah disisipkan k buah suku



Contoh Soal:

Antara bilangan 20 dan 116 disisipkan 11 bilangan sehingga bersama kedua bilangan semula terjadi deret hitung. Maka jumlah deret hitung yang terjadi adalah ...

Jawab:

Diketahui: Deret aritmatika mula-mula: $20 + 116$
Suku pertama (a) = 20 dan suku ke- n : $U_n = 116$; ($n = 2$)
Disisipkan : $k = 11$ bilangan
Maka banyaknya suku baru : $n' = n + (n-1)k = 2 + (2-1)11 = 2 + 11 = 13$
Jumlah n suku pertama setelah disisipkan k buah suku:
$$S'_n = \frac{n'}{2}(a + U_n) \quad S'_n = \frac{13}{2}(20 + 116)$$

Maka :
$$S'_n = \frac{13}{2}(136) = 884$$

Jadi, jumlah deret aritmatika setelah sisipan adalah 884

Latihan :

A. Barisan Aritmatika:

- 1). Tentukan suku ke-8 dan ke-20 dari barisan $-3, 2, 7, 12, \dots$
- 2). Diketahui barisan aritmetika $-2, 1, 4, 7, \dots, 40$. Tentukan banyak suku barisan tersebut.
- 3). Diketahui suatu barisan aritmatika suku pertamanya adalah 7 dan suku ke-15 adalah 63. Tentukan beda barisan aritmatika tersebut!
- 4). Suku pertama dari barisan aritmatika adalah -2 dan bedanya 5, tentukan suku ke-12 dari barisan aritmatika tersebut adalah ...
- 5). Suku ke -3 dan suku ke -16 dari barisan aritmatika adalah 13 dan 78. Tentukanlah suku pertama dan bedanya.

B. Deret Aritmatika:

- 1). Carilah jumlah 100 suku pertama dari deret $2 + 4 + 6 + 8 + \dots$
- 2). Diketahui deret aritmatika sebagai berikut: $-3 + 2 + 7 + \dots + U_{12}$
Tentukan: a. Suku ke-12 deret tersebut!
b. Jumlah dua belas suku pertama: S_{12}
- 3) Dengan menerapkan deret aritmatika, Hitunglah jumlah semua bilangan asli kelipatan 3 yang kurang dari 100. (Diketahui Bil asli kelipatan 3 yang kurang dari 100 adalah $3, 6, 9, 12, \dots, 99$)
- 4). Antara bilangan 12 dan 96 disisipkan 8 bilangan sehingga bersama kedua bilangan semula terjadi deret hitung. Maka jumlah deret hitung yang terjadi adalah ...
- 5). Carilah jumlah dari
 - a. 40 bilangan bulat positif ganjil yang pertama
 - b. 25 bilangan bulat positif genap yang pertama
 - c. 60 bilangan bulat positif yang pertama